$l = 3$

$z = \{a, b, c, d, e, f\}$

a) brez ponavljanja
b) lahko ponavljamo
c) brez ponavljanja in vsebujejo črko a
d) lahko ponavljamo in vsebujejo črko a

a) $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

b) $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$

c) izbira mesta za a · izbira za ostali mesti =
$= 3 \cdot 5 \cdot 4$

d) en a: $3 \cdot 5 \cdot 5$
dva a: $\binom{3}{2} \cdot 5$ = izbira mest za dva a · preostali
trije a: 1

skupaj $= 3 \cdot 5 \cdot 5 + \binom{3}{2} \cdot 5 + 1 = 91$

vse: $6^3 = 216$
brez a: $5^3 = 125$

$\Rightarrow$ rezultat = vse − brez a $= 91$

4-mestna števila

a) same različne števke
b) liha in različne števke
c) soda in različne števke

a) $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4536$

b) najprej zadnja, potem prva, potem ostale =
$= 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5 = 2240$

c) vse − lihe $= 2296$

št. deliteljev od 360

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$

$2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$

$a \in \{0,1,2,3\}$
$b \in \{0,1,2\}$
$c \in \{0,1\}$

$\Rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

0,1-matrike z n vrsticami in m stolpci

a) $|\{0,1\}^{n \times m}| = 2^{n \cdot m}$

b) vse vrstice različne

$$2^m \cdot (2^m - 1) \cdot \ldots \cdot (2^m - n + 1)$$

Na koliko načinov lahko izplačamo m EUR?

a) 2 bankovci po 5, 10, 20 EUR.

$5 \nmid 0 \Rightarrow 0$ načinov

$5 \mid 0 \Rightarrow$ ekvivalentno bankovci po 1, 2, 4 EUR
in imamo $n = \frac{m}{5}$ EUR

Samo bankovci po 1 EUR:
1 način

Na voljo po 1 in 2 EUR:
Načinov je $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$

Na voljo po 1, 2, 4 EUR:

$0 \times 4: \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$
$1 \times 4: \lfloor \frac{n-4}{2} \rfloor + 1$
$2 \times 4: \lfloor \frac{n-8}{2} \rfloor + 1$
$i \times 4: \lfloor \frac{n-4i}{2} \rfloor + 1$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n}{4} \rfloor} \left(\lfloor \frac{n-4i}{2} \rfloor + 1 \right)$$

(i) $n = 4k$:

$$\sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n}{4} \rfloor} \left(\lfloor \frac{n-4i}{2} \rfloor + 1 \right) = \sum_{i=0}^{k} \left(\frac{4k-4i}{2} + 1 \right) = \sum_{i=0}^{k} (2k-2i+1) = (k+1)^2$$

(ii) $n = 4k+1$:

$$\sum_{i=0}^{k} \left(\lfloor \frac{4k+1-4i}{2} \rfloor + 1 \right) = \sum_{i=0}^{k} (2k-2i+1) = (k+1)^2$$

$$\Rightarrow \# = \begin{cases} (k+1)^2 & ; \ n=4k \text{ ali } n=4k+1 \\ (k+1)(k+2) & ; \ \text{sicer} \end{cases}$$

---

9 različnih knjig
4 črne, 5 rdečih

a) Ni omejitev.
b) Rdeče knjige skupaj.
c) Rdeče skupaj in črne skupaj.
d) Barve se izmenjujejo.

a) $9!$

b) 

ureditve rdečih · vrstni red

$5! \cdot 5!$

ureditve rdečih · ureditve črnih · dva paketa

c) $5! \cdot 4! \cdot 2!$

d) R Č R Č R Č R Č R

$4! \cdot 5!$

---

5 rdečih, 7 modrih kroglic
postavimo v vrsto

$\binom{12}{5}$ ... odločimo na katera mesta damo rdeče

---

n govornikov
na koliko načinov lahko zestavimo spored
če A ne sme biti pred B

$\frac{n!}{2}$ ... vsakemu razporedu kjer je A pred B ustreza en kjer je B pred A

---

11 zaposlenih
7 žensk, 4 moških
zestavljamo sindikat

a) 5 članov, 3ž, 2m
b) 4 člani, vsaj 2ž
c) 4 člani, nujno g. Novak
d) 4 člani, g in ga. Novak ne skupaj, 2ž, 2m

a) $\binom{7}{3}\binom{4}{2} = \frac{7!}{3!\cdot 4!}\cdot\frac{4!}{2!\cdot 2!} = 210$

b) $\underbrace{\binom{7}{2}\binom{4}{2}}_{\text{2 ženski}} + \underbrace{\binom{7}{3}\binom{4}{1}}_{\text{3 ženske}} + \underbrace{\binom{7}{4}\binom{4}{0}}_{\text{4 ženske}}$

c) $\binom{10}{3}\cdot 1$

d) $\underbrace{\binom{7}{2}\binom{4}{2}}_{\text{vse}} - \underbrace{\binom{6}{1}\binom{3}{1}}_{\text{oba skupaj}}$

Poker:

52 kart
barve: 4 (♡, ♢, ♣, ♠)
vrednosti: 2-10, F, D, K, As

Na koliko načinov lahko izberemo 5 kart?

$\binom{52}{5} = 259800$

Izvlečemo 5 kart. Verjetnost za?

- Poker: 4 karte iste vrednosti

$13 \cdot 48 = 624$

- Full house: 3 ista vrednost + 2 ista vrednost

$\underset{\text{tris}}{13 \cdot \binom{4}{3}} \cdot \underset{\text{par}}{12 \cdot \binom{4}{2}} = 3744$

- Tris: 3 ista vrednost, 4 in 5 sta različni in ne isti

1. možnost:

$\underset{\text{tris}}{13\binom{4}{3}}\binom{48}{2}$ - poker - full house

2. možnost:

$\underset{\text{tris}}{13\binom{4}{3}}\underset{\text{4. karta}}{\binom{48}{1}}\underset{\text{5. karta}}{\binom{44}{1}} \cdot \underset{\text{vrstni red ni pomemben}}{\frac{1}{2}}$

3. možnost:

$\underset{\text{tris}}{13\binom{4}{3}}\underset{\text{2. karti različni vrednosti}}{\binom{12}{2}} \cdot \underset{\text{karta za vsako od teh vrednosti}}{4^2}$

- Barvna lestvica: 5 zaporednih kart iste barve

As, 2, 3, 4, 5 ✓

10, F, D, K, As ✓

D, K, As, 1, 2 X

$\underset{\text{začetna}}{10} \cdot \overset{\text{barva}}{4} = 40$

- Lestvica : 5 zaporednih kart, niso iste barve

$$\underbrace{10\cdot 4^5}_{\text{vsaki karti izberemo barvo}} - \underbrace{10\cdot 4}_{\text{barvna lestvica}} = 10200$$

- Barve : 5 kart iste barve, niso lestvica

$$\underbrace{4}_{\text{izbira barve}}\cdot\overbrace{\binom{13}{5}}^{\text{5 kart}} - \underbrace{10\cdot 4}_{\text{barvna lestvica}} = 5108$$

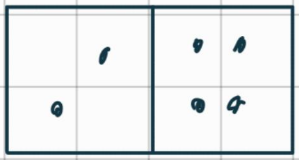
- Dva para :

$$\underbrace{13\binom{4}{2}}_{\text{1. par}}\cdot\underbrace{12\binom{4}{2}}_{\text{2. par}}\cdot\underbrace{11\cdot 4}_{\text{ostale}}\cdot\underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{brez vrstnega reda}} = 123552$$

- En par :

$$\underbrace{13\binom{4}{2}}_{\text{par}}\cdot\underbrace{12\cdot 11\cdot 10}_{\text{ne pari}}\cdot 4^3\cdot\underbrace{\frac{1}{3!}}_{\text{brez vrstnega reda za 3,4,5}} = 1098240$$

Domine:



0 - n pik
lahko obrnemo okoli

a) Koliko je različnih domin?

$$\underbrace{n+1}_{\text{enako število pik}} + \underbrace{\frac{(n+1)\cdot n}{2}}_{\text{različno število pik}} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

b) Na koliko načinov lahko potegnemo 2 domini, da se na enem delu ujemata?

$$\underbrace{(n+1)}_{\text{št. pik, ki se ujemata}} \cdot \underbrace{\binom{n+1}{2}}_{\text{izmed domin s takim številom izberemo dve}}$$

Koliko je cikličnih permutacij množice S_n?

$(n-1)!$

fiksiramo

$\underbrace{1\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{n}$

Koliko je permutacij reda 10 iz S_{12}?

red π = najmanjši a, da je $\pi^a = id$

π kot produkt disjunktnih ciklov

red π = lcm (dolžine ciklov)

Možne dolžine ciklov:

1, 2, 5, 10

1) $10+2$: $\underbrace{\binom{12}{10}}_{\text{kateri v ciklu}} \cdot \underbrace{(10-1)!}_{\text{jih razvrstimo}} \cdot 1$

2) $10+1+1$: $\binom{12}{10} \cdot (10-1)! \cdot 1$

3) $5+5+2$: $\binom{12}{5} \cdot (5-1)! \cdot \binom{7}{5}(5-1)! \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}$

1. dolžine 5 — 2. dolžine 5 — vrstni red ni pomemben

4) $5+2+2+2+1$: $\binom{12}{5}(5-1)! \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3!}$

5) $5+2+1+1+1$: $\binom{12}{5}(5-1)! \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{5}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}$

6) $5+2+1+5$: $\binom{12}{5}(5-1)! \cdot \binom{7}{2} \cdot 1$

$\Rightarrow$ Seštejemo vse to ...

Koliko je 5-mestnih števil, pri katerih so števke urejene strogo naraščajoče?

$1 \leq a_1 < a_2 < \ldots < a_5$

Izberemo 5 različnih števk in jih uredimo po velikosti ...

$\binom{9}{5}$

Koliko je 5-mestnih števil, pri katerih so števke urejene nepadajoče?

$1 \leq a_1 \leq a_2 \leq \ldots \leq a_5$

Izberemo 5 števk s ponavljanjem in jih uredimo po velikosti ...

izmed n izberemo k : $\binom{n+k-1}{k-1}$??

$\binom{9+5-1}{5-1} = \binom{13}{4}$